FORMULACE, IMPLEMENTACE A VERIFIKACE EFEKTIVNÍHO VÝPOČETNÍHO MODELU RAŽBY TUNELU

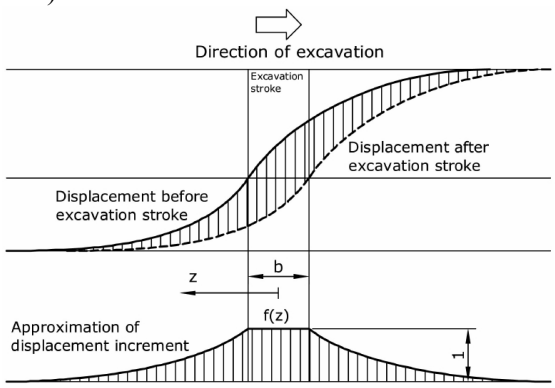
Zpracovali: Ing. Tomáš Janda, Ph.D., prof. Ing. Jiří Šejnoha DrSc. (Fakulta stavební, ČVUT v Praze)

Souhrn

Technický list shrnuje principy redukovaného modelu ražby tunelu, který je pro svou výpočetní efektivitu vhodný pro aplikaci při stochastických analýzách rizika. Model vychází z deformační metody teorie pružnosti, zavádí empiricky získané tvarové funkce a je ověřen 2D3D výpočtem metodou konečných prvků. Díku své jednoduchosti se model hodí pro náročné simulace typu Monte Carlo. Je proto využitelný i při aktualizaci parametrů stochastických modelů zohledňujících nejistoty.

Oblast použití

Bayesovský přístup k aktualizaci (inferenci) pravděpodobnostního rozdělení neměřitelných (epistemických) parametrů stochastických modelů [4] má uplatnění prakticky v každé inženýrské aplikaci, která je zatížená nejistotami. V rámci projektu CESTI je řešena úloha ražby tunelu, do které vstupují nejistoty materiálových parametrů, geometrie a mnoha dalších faktorů. Výstupem jsou svislé posuny terénu (poklesová kotlina) a tunelového ostění (konvergence). Tyto výstupy jsou již měřitelné. Změřené hodnoty této náhodné (aleatorické) veličiny jsou použity pro nalezení nejvěrohodnějších modelových parametrů. Takto kalibrovaný stochastický model umožňuje odpovědět otázky typu: „Jaká je pravděpodobnost, že v průběhu ražby vznikne v místě X sedání (či náklon) terénu větší než Y“.



Obr. 1 Redukovaný model: tvarové funkce v podélném směru.

Metodika a postup řešení

S pravděpodobnostním navrhováním úzce souvisí aktualizace parametrů stochastického modelu využívající měření in situ. V praxi je obvyklé měření poklesů geodetickou nivelací, měření změn polohy pomocí extenzometrie, inklinometrie a další. Vychází se z Bayesovy statistické metody (Bayesian updating) popsané vztahem

$$f_x(\boldsymbol{x}|w_1, w_2, \dots, w_n) \propto L_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x})$$

kde $f_x(\boldsymbol{x}|w_1, w_2, \dots, w_n)$ je podmíněná (aposteriorní) hustota pravděpodobnosti modelových parametrů $\boldsymbol{x}$ za předpokladu měřených hodnot $w_1, w_2, \dots, w_n$. Funkce $L_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x})$ je funkce věrohodnosti (likelihood), tedy pravděpodobnost, výskytu dat $w_1, w_2, \dots, w_n$ za předpokladu zafixované hodnoty $\boldsymbol{x}$. Funkce $f_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x})$ odpovídá hustotě pravděpodobnosti apriorního rozdělení modelových parametrů.

Hustota aposteriorního rozdělení je tedy úměrná hustotě apriorního rozdělení. Součinitelem úměrnosti je funkce věrohodnosti

$$L_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{x}) = \prod_{i=1}^{n} L_i(\boldsymbol{x}),$$

kde funkce věrohodnosti jednotlivé změřené hodnoty je dána vztahem

$$L_i(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_z)^n} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(w_i - w_i(\boldsymbol{x}))^2}{\sigma_z^2}\right].$$

V uvedeném vztahu funkce $w_i(\boldsymbol{x})$ značí hodnotu sedání predikovanou deterministickým modelem s parametry $\boldsymbol{x}$, které nejsou přímo měřitelné (např. materiálové parametry). Hodnota w_i značí hodnotu změřenou.

Pro potřeby aktualizace parametrů stochastického modelu byl vyvinut zjednodušený deterministický výpočetní model ražby. Tento model využívá znalosti konvergenčních měření a tvaru příčné a podélné poklesové kotliny, ze kterých odvozuje vhodné tvarové funkce pro aproximaci svislých posunů. Tvarové funkce v podélném směru jsou shodné s formulací 2D3D modelu [1], viz obrázek 1

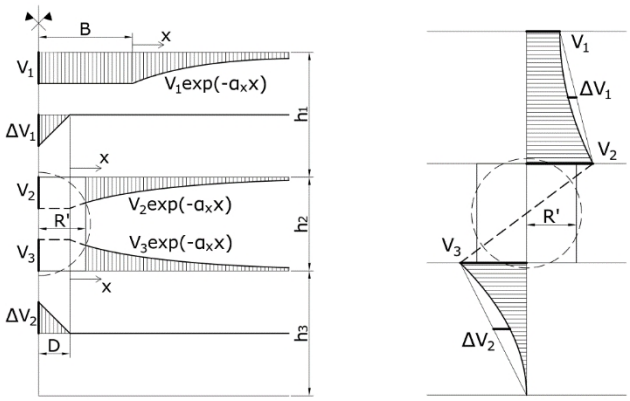
Tento výsledek byl vytvořen s finanční podporou programu Centra kompetence TA ČR, projekt č.TE01020168

$$f(z) = \exp\left(\alpha^{-}\left(z+\frac{b}{2}\right)\right) \quad \text{for} \quad z \in \langle -\infty, -\frac{b}{2}\rangle$$

$$f(z) = 1 \quad \text{for} \quad z \in \langle -\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\rangle$$

$$f(z) = \exp\left(-\alpha^{+}\left(z-\frac{b}{2}\right)\right) \quad \text{for} \quad z \in \langle \frac{b}{2}, \infty\rangle$$

Tvarové funkce v rovině kolmé na osu tunelu ilustruje obrázek 2.



Obr. 2 Redukovaný model: tvarové funkce v rovině kolmé k ose tunelu a význam stupňů volnosti.

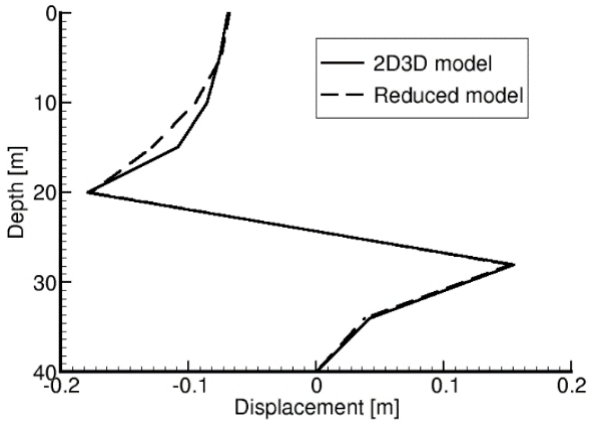
Redukovaný model zavádí pět stupňů volnosti v_1, v_2, v_3, Δv_1 a Δv_2, jejichž význam ilustruje obrázek 2. Kromě materiálových parametrů E a ν model zavádí geometrické parametry B, D, R'. Tvar exponenciálně klesajících tvarových funkcí určují parametry α^{+}, α^{-} a α_x. Model umožňuje v libovolném místě zemního masívu predikovat přírůstek svislého posunu způsobený ražbou záběru délky b, viz obrázek 1.

Výsledky

Schopnost zjednodušeného modelu nahradit časově náročnou MKP analýzu byla potvrzena porovnáním s výsledky 2D3D MKP modelu. Materiálové parametry a parametry α^{+} a α^{-} redukovaného modelu byly převzaty z modelu 2D3D (ve výpočtech se uvažoval shodný elastický materiál), zatímco geometrické parametry redukovaného modelu B, D a α_x byly optimalizovány tak, aby došlo k maximální shodě predikovaných posunutí. Porovnáno bylo rozložení přírůstků sedání v řezu čelby nad a pod osou tunelu. Průběh sedání po výšce ukazuje obrázek 3. Hodnoty výsledných parametrů ukazuje tabulka 1.

E	ν	$\alpha^{+} = \alpha^{-}$	B	D	α_x
15Mpa	0,35	0,1	6,35m	0,51m	0,18

Tab. 1 Parametry redukovaného modelu.



Obr. 3 Průběh přírůstku sedání po výšce modelu: srovnání redukovaného a 2D3D výpočtu.

Závěr

Redukovaný model prokázal schopnost predikovat svislé posuny s přesností dostatečnou pro aplikaci v pravděpodobnostní analýze, a to ve zlomku výpočetního času, který vyžaduje MKP řešení.

V následujícím roce budou aktivity směřovat k zavedení redukovaného modelu ražby do programu JAGS [2], který umožňuje efektivní výpočet aposteriorních rozdělení modelových parametrů pomocí Gibbsova vzorkování založeného na Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algoritmu. Pro odhad pravděpodobností extrémních událostí bude použit Subset Simulation algoritmus [3].

Literatura

[1] JANDA, T., ŠEJNOHA, M., ŠEJNOHA, J., Modeling of soil structure interaction during tunnel excavation: An engineering approach. *Advances in Engineering Software*, 2013, vol. 62-3, p. 51-60.

[2] WABERSICH, D., VANDEKERCKHOVE, J., Extending JAGS: A tutorial on adding custom distributions to JAGS (with a diffusion model example), *Behav Res*, 2014, vol. 46, p.15–28.

[3] SIU-KUI AU, JAMES L. BECK, Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 16, Issue 4, October 2001, p. 263-277.

[4] Dana L. Kelly, Curtis L. Smith, Bayesian inference in probabilistic risk assessment—The current state of the art, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 94, Issue 2, February 2009, p. 628-643.

Tento výsledek byl vytvořen s finanční podporou programu Centra kompetence TA ČR, projekt č.TE01020168