# APLIKACE BAYESOVSKÝCH HIERARCHICKÝCH MODELŮ PŘI ODHADU RIZIKA SPOJENÉHO S VÝSTAVBOU TUNELŮ

Zpracovali: Ing. Tomáš Janda, Ph.D., Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc. (Fakulta stavební ČVUT v Praze)

## Souhrn

Stochastické modely založené na bayesovské statistice představují flexibilní nástroj pro popis a kvantifikaci nejistot systémů ovlivněných náhodnými jevy. Bayesovský hierarchický model umožňuje zkombinovat apriorní expertní znalosti závislostí a kauzality jednotlivých veličin a parametrů s již změřenými hodnotami (daty). Výsledkem stochastického modelu jsou a) posteriorní hustoty pravděpodobnosti neměřitelných modelových parametrů a b) posteriorní prediktivní rozdělení sledovaných veličin.

## Oblast použití

Obecně je oblast použití bayesovských modelů velice široká, od medicíny a biologie přes ekonomii až po inženýrské aplikace. V tomto technickém listu je shrnuta aplikace modelu při stanovení pravděpodobnostního rozdělení deformací při ražbě tunelu [1]. Lze jej však analogicky použít též na odhad dopadu ražby na okolní zástavbu [2], dopadu požáru na statiku tunelu či jiné inženýrské úlohy.

## Metodika a postup řešení

Nedílnou součástí *pravděpodobnostního modelu* použitého při popisu inženýrského problému je *deterministický model*, popisující sledovaný proces oproštěný od nejistot. Pro popis deformací a sedání vyvolaného ražbou tunelu byl využit deterministický model představený v [1].

Deterministický model je použit v rámci hierarchického modelu, který popisuje naši představu o tom, jak jsou měřená data generována. V modelu vystupují neměřitelné modelové parametry, konstantní a známé hyperparametry, např. expertně stanovené meze neměřitelných parametrů a nakonec měřitelná data, která buď máme k dispozici, nebo se je snažíme predikovat. V našem konkrétním modelu jsou tyto veličiny provázány stochastickými (~) a deterministickými (=) relacemi

$$v_j \sim \mathcal{N}\left(\bar{v}_j, \sigma_v\right)$$

$$\bar{v}_j = g_{model}(\langle E_i \rangle, \alpha_x, \alpha_z, \sigma_v)$$

$$E_i \sim \mathcal{U}(E_{i,min}, E_{i,max})$$

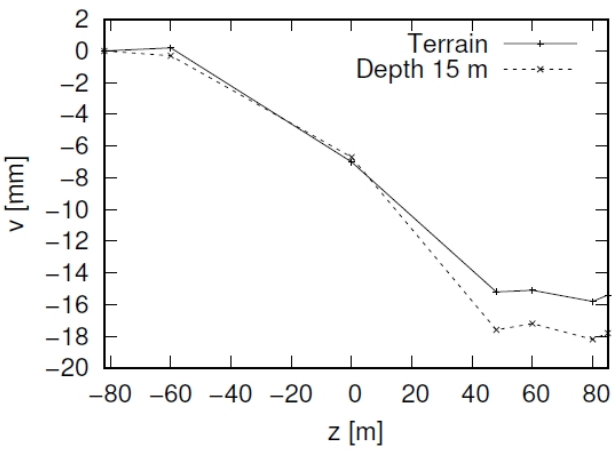
$$\alpha_x \sim \mathcal{U}(\alpha_{x,min}, \alpha_{x,max})$$

$$\alpha_z \sim \mathcal{U}(\alpha_{z,min}, \alpha_{z,max})$$

$$\sigma_v \sim \mathcal{U}(\sigma_{v,min}, \sigma_{v,max})$$

kde $v_j$, $j = 1,2$ označuje svislý posun na terénu a v koruně tunelu. Veličina $\bar{v}_j$ označuje modelovou hodnotu těchto posunutí získanou výpočtem [1] (reprezentovaným jako funkce $g_{model}$) na základě vstupních parametrů $\langle E_i \rangle, \alpha_x, \alpha_z, \sigma_v$. Parametr $E_i$ označuje Youngův modul pružnosti v $i$-té vrstvě, parametry $\alpha_x$ a $\alpha_z$ řídí tvar poklesové kotliny v příčném a podélném směru a $\sigma_v$ označuje střední hodnotu chyby měření svislých posunutí. Zápis $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ označuje normální rozdělení se střední hodnotou $\mu$ a směrodatnou odchylkou $\sigma$ a $\mathcal{U}(a, b)$ značí rovnoměrné rozdělení v mezích $a$ a $b$.

Výše uvedené vztahy určují hierarchii stochastického modelu. Meze použité v rovnoměrných rozděleních pro modelové parametry jsou konstantní a určené expertním odhadem.




*Obr. 1 Změřený vývoj sedání na terénu a v bodě nad korunou tunelu v řezu J22 v závislosti na poloze čelby.*

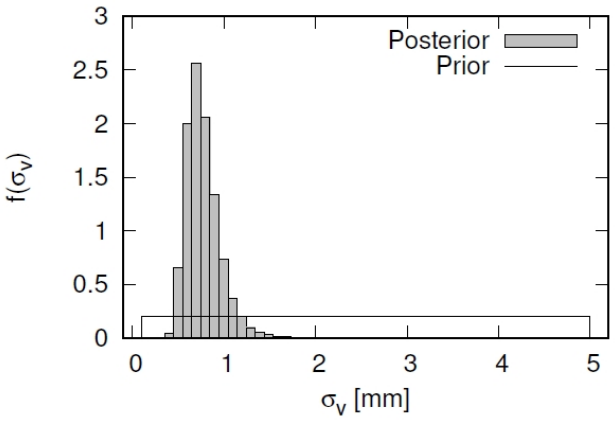
Tento výsledek byl vytvořen s finanční podporou programu Centra kompetence TA ČR, projekt č.TE01020168

Stochastický model byl použit ve dvou krocích. V prvním kroku byla použita data z řezu J22 tunelu Blanka, tedy jak geometrie tunelu a geologický profil, tak i změřené sedání v průběhu ražby, které ukazuje Obr. 1. V tomto kroku byla určena posteriorní rozdělení modelových parametrů (tuhosti, tvarové parametry, střední chyba měření). V druhém kroku byly tyto parametry použity k určení posteriorního prediktivního pravděpodobnostního rozdělení výsledného sedání na terénu a v bodě těsně nad korunou tunelu v řezu J24 téhož tunelu.

Pro stanovení hustot pravděpodobnosti byl v obou krocích použit program JAGS [3], který využívá Gibbsovo vzorkování pro generování realizací sledovaných veličin. Hustoty pravděpodobnosti jsou tedy prezentovány formou histogramů jejich realizací v rámci získaného Markovova řetězce.

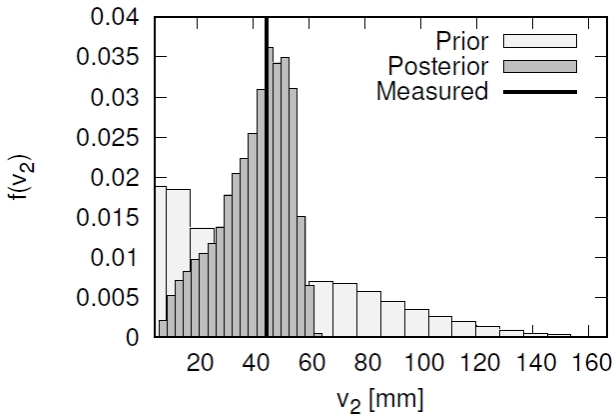
## Výsledky

Pro ilustraci výsledků získaných v prvním kroku je na Obr. 2 uvedeno porovnání apriorní a posteriorní (formou histogramu) hustoty pravděpodobnosti směrodatné odchylky měření. Výsledek lze interpretovat tak, že ačkoliv nejprve předpokládáme směrodatnou odchylku chyby kdekoliv mezi hodnotami 0,1 a 5, změřená data ukazují, že se téměř jistě pohybuje mezi hodnotami 0,3 a 1,8.




*Obr. 2 Apriorní (předem předpokládané) a posteriorní (upřesněné na základě pozorovaných dat) rozdělení směrodatné odchylky chyby měření svislého posunu na terénu a v koruně tunelové čelby.*

Druhý krok analýzy vedl na určení posteriorního prediktivního rozdělení svislého sedání v bodě těsně nad korunou tunelu v řezu J24, které je spolu s apriorním rozdělením uvedeno na Obr. 3. Na obrázku je patrné, že svislé sedání předpovězené pouze s uvážením apriorně rozdělených modelových parametrů se pohybuje v mezích 0 mm až 160 mm a je tedy z praktického pohledu těžko využitelné. Posteriorní prediktivní rozdělení, které uvažuje monitoring z bodu J22, je v tomto smyslu užší a koncentrované kolem hodnoty 50 mm. Skutečné naměřené sedání v řezu J24 bylo 45 mm. Za zdůraznění zde stojí skutečnost, že jsme v tomto kroku použili data z monitoringu v řezu J24 pouze pro porovnání, nikoliv při tvorbě posteriorního rozdělení samotného.




*Obr. 3 Svislý posun v koruně tunelu: apriorní prediktivní rozdělení (pouze na základě výchozích mezí materiálových parametrů), posteriorní prediktivní rozdělení (po zahrnutí již změřených dat v řezu J22) a reálně změřená hodnota sedání v řezu J24.*

## Závěr

Relativně široká apriorní rozdělení některých modelových parametrů se významně zpřesní, jsou-li zahrnuta již změřená data. Použití posteriorních rozdělení modelových parametrů zásadně zlepšuje prediktivní schopnost modelu.

## Literatura


[1] Janda T, Šejnoha J, Srnec V and Šejnoha M, 2014, Proceedings of the Ninth International Conference on Engineering Computational Technology (Civil-Comp, Ltd.), Modeling of soil structure interaction during tunnel excavation considering uncertainties.

[2] Šejnoha M, Janda T and Šejnoha J, 2016, 13th International conference on undeground construction Prague 2016 ed M Hilar, A Butovič, I Škopková and J Zlámal (Praha: JMP) Tunnel 2D3D: FEM program for modeling tunnel-structure interaction.

[3] Plummer M, 2003, JAGS: A program for analysis of bayesian graphical models using gibbs sampling https://www.r-project.org/conferences/DSC-2003/Proceedings/Plummer.pdf accessed: 2017-0130.

[4] Šejnoha M, Janda T and Šejnoha J, 2017, Hierarchical stochastic model of terrain subsidence during tunnel excavation, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol 236.


*Tento výsledek byl vytvořen s finanční podporou programu Centra kompetence TA ČR, projekt č.TE01020168*